

Introducción a la Teoría de Autómatas, Lenguajes y Computación

Gustavo Rodríguez Gómez y Aurelio López López

INAOE

Propedéutico 2020

Ejemplo

Inducción

Example

Demostrar por inducción que si n es un entero positivo cualquiera, entonces no existe entero positivo k tal que se cumpla

$$n < k < n + 1$$

Proof.

Se $n = 1$, entonces $n + 1 = 2$ es el sucesor de $n = 1$, luego no puede existir k entero tal que $1 < k < 2$, ya que k tendría que ser el sucesor de 1. Análogamente para $n = 2, n = 3$. Supongamos que la proposición vale para los primeros n enteros, esto es, no existe k entero tal que $n < k < k + 1$. De mostraremos que la proposición se cumple para el entero $n + 1$. Supongamos lo contrario que existe un entero $k + 1$ tal que $n + 1 < k + 1 < n + 2$, entonces

$$n + 1 < k + 1 < n + 2 \Leftrightarrow n < k < n + 1$$

lo que contradice nuestra suposición que la afirmación se cumple para los primeros n enteros. Por lo que debemos concluir que no debe existir un entero $k + 1$ entre $n + 1$ y $n + 2$. Hemos demostrado por inducción que la afirmación se cumple para todo n entero. □